

文章编号: 1007-2780(2024)07-0961-10

## 基于可靠最优传输的点云配准方法

赵云涛<sup>1,2</sup>, 黄杰<sup>1,2\*</sup>, 李维刚<sup>1,2</sup>

(1. 武汉科技大学 冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心, 湖北 武汉 430081;

2. 武汉科技大学 信息科学与工程学院, 湖北 武汉 430081)

**摘要:**针对现有的一些配准方法在低重叠场景下依然存在精度差、效率低等不足,本文提出了一种基于可靠最优传输的配准方法。首先,通过关键点及其特征信息形成点对,利用采样一致性算法剔除错误点对并完成粗配准,在优化起始位姿的同时分离出初始的可靠点。其次,在求解最优传输进行精配准的过程中,根据传输方案的迭代和更新策略动态调整参与传输计算的可靠点,从而保证了配准过程的可靠性和高效性。为验证本文方法的有效性,选用斯坦福标准图形库和 3DMatch 数据集中的部分模型作为配准对象,并将本文方法与常用的 3 类配准方法进行对比。实验证明,本文方法在配准精度上提升了 30% 以上,运行时间降低了 25% 以上。面对多类模型和各种缺失情况,本文方法依然能够保持优秀的配准效果。

**关键词:**点云配准;低重叠率;可靠点;最优传输

**中图分类号:** TP391.4 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/CJLCD.2023-0221

## Point cloud registration method based on reliable optimal transport

ZHAO Yuntao<sup>1,2</sup>, HUANG Jie<sup>1,2\*</sup>, LI Weigang<sup>1,2</sup>

(1. *Engineering Research Center for Metallurgical Automation and Measurement Technology of Ministry of Education, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China;*

2. *College of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China*)

**Abstract:** For some existing registration methods still suffer from poor accuracy and low efficiency in low overlap conditions, a registration method based on reliable optimal transport is proposed. Firstly, the key points and their feature information are used to form point pairs. The sample consensus algorithm is adopted to reject the wrong point pairs and complete the coarse registration. The initial reliable points are identified while optimizing original position. Secondly, in the process of solving the optimal transport for fine registration, the reliable points involved in the transmission are dynamically adjusted according to the iteration of transport plan and update strategy, which guarantees efficiency and reliability of the registration. To verify the effectiveness of the proposed method, some models in the Stanford standard graphics library and 3DMatch dataset are selected as registration objects, and the proposed method is compared with three

收稿日期: 2023-06-25; 修订日期: 2023-07-24.

基金项目: 国家自然科学基金(No.51774219); 湖北省教育厅科学技术研究项目(No.B2020012)

Supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51774219); Science and Technology Research Project of Hubei Provincial Education Department (No.B2020012)

\*通信联系人, E-mail: hj15623221218@163.com

common types of registration methods. Experiments results prove that the proposed method improves the accuracy by more than 30% and reduces the running time by more than 25%, which can still maintain excellent registration results in the case of several types of models and various missing conditions.

**Key words:** point cloud registration; low overlap; reliable points; optimal transport

## 1 引言

在实际生产应用中,由于环境因素和采样设备的影响,用于配准的点云通常伴有噪声和缺失。噪声点可以通过滤波器进行有效削减<sup>[1]</sup>,但对于点云缺失的情况,还没有一个很好的预处理方法。所以,低重叠点云的配准是当前点云处理领域的一个重要研究方向<sup>[2-3]</sup>。

Besl等人提出的迭代最近点(ICP)算法基于最小二乘法的思想,根据最近欧氏距离确定两个点云中的对应点,以最小化点对距离总和为目标,不断地迭代计算出最优变换<sup>[4]</sup>。众多学者在此基础上进行研究,提出了Normal ICP (NICP)<sup>[5]</sup>、Point-To-Plane ICP (PLICP)<sup>[6]</sup>、Generalized-ICP (GICP)<sup>[7]</sup>、Go-ICP<sup>[8-9]</sup>等一系列改进算法。这些改进后的ICP算法在一定程度上提升了运行速度、降低了噪声点的影响。但是,它们依然对重叠率和起始位姿有着严格的要求,在重叠率较低或起始位姿不理想的情况下,容易收敛到局部最优解。Trimmed-ICP(TrICP)算法提供了一种解决方案,利用修剪最小二乘(LTS)求解ICP问题,通过对异常值进行裁剪处理,提高了算法在低重叠条件下的适用性<sup>[10-11]</sup>。

基于统计学概率的随机采样一致性(RANSAC)算法,在对应点集中随机选取3对或3对以上求解变换关系,并统计变换后的局内点数量,经过多次迭代后,返回包含局内点数量最多的模型<sup>[12]</sup>。Aiger等人提出的一致性四点集(4PCS)算法随机选取4点形成近似共面,进行匹配<sup>[13]</sup>。Mellado等人4PCS基础上提出了Super-4PCS算法,通过对4点集搜索方式的改进,有效降低了整体算法的复杂度<sup>[14]</sup>。但是,此类算法仍然存在与RANSAC相同的短板,很难在离群值较高的情况下分类出正确子集。

2021年,Shen等人将非平衡最优传输理论应用于点云配准领域,提出了一种鲁棒最优传输配准算法<sup>[15]</sup>。将点云配准过程转化为质量传输

过程进行求解,通过KL散度对边缘概率进行约束,增强了该算法在大量异常点、缺失情况下的鲁棒性。Qin等人利用一种RG散度代替KL散度进行约束,表现出了更好的配准效果<sup>[16]</sup>。但是,该算法依然避免不了由于较差的起始位姿带来的影响,而且需要所有点参与每一次的迭代计算,在重叠率较低的情况下,非重叠部分的点会带来严重的负面影响以及大量不必要的开销。

为了进一步提高低重叠点云配准的精度和效率,本文提出了一种基于可靠最优传输的配准方法。首先,利用ISS算法提取关键点并对关键点进行邻域扩展,计算扩展后点集的快速点特征直方图(Fast Point Feature Histograms, FPFH),形成一对一对点集。再通过采样一致性(SAC)算法剔除错误点对,确定初始的可靠点并完成粗配准。在利用最优传输算法进行点云精配准的过程中,以可靠点作为传输计算的对象,根据每一次迭代的最优传输方案重新确定可靠点,通过可靠点的更新比例选择合适的更新决策。同时,以可靠点为中心选择邻域点对点集进行扩展作为下一次迭代的输入,从而保证每次参与传输的点集的可靠度,提高整体的配准效率。

## 2 初始可靠点的确定

对于重叠率较低的点云配准,非重叠区域的点云的数据是冗余消极的,不需要全部参与传输,可以通过局部特征的对应关系提取出重叠区域内的部分可靠点作为最优传输精配准的初始对象。另一方面,在筛选出合适的点对关系后,可以通过简单的粗配准,为精配准优化起始相对位姿,大幅减少精配准的迭代次数并有效提高精配准的成功率,其处理基本流程如图1所示。

采用ISS算法提取出点云中具有一定局部特征的关键点,主要步骤如下:

- (1) 建立局部坐标系;
- (2) 根据搜索范围内的邻域点计算协方差

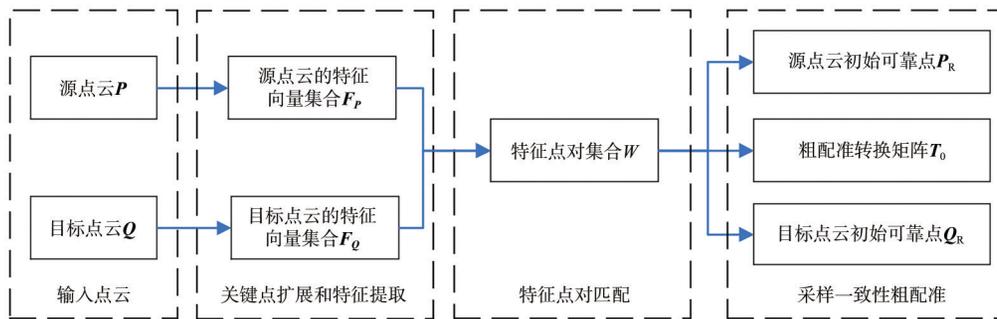


图 1 确定初始可靠点基本流程图

Fig. 1 Flow chart of determination of the initial reliable point

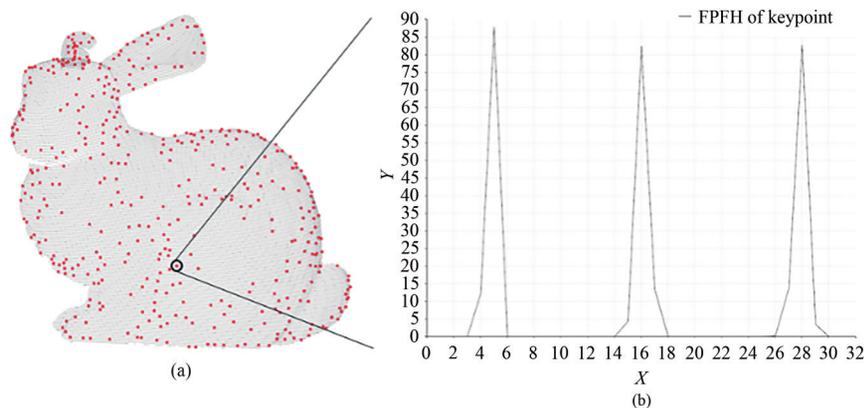


图 2 ISS 关键点(a)和特征直方图(b)可视化

Fig. 2 Visualization of ISS key points (a) and FPFH (b)

矩阵;

(3) 利用协方差矩阵特征值关系确定关键点。

考虑到不同条件下所采集的点云数据的差异,两个点云的关键点之间很少会有准确的对应关系,需要对关键点进行邻域扩展后再根据特征进行筛选。一般选择距离关键点最近的 5~10 个邻域点一并作为输入计算快速点特征直方图,计算过程如下:

(1) 求得输入点  $p$  与其  $k$  邻域内每个点之间的特征元素值,统计为简化点特征直方图(SPFH);

(2) 根据式(1)对每个邻域点的 SPFH 进行加权统计,求得 FPFH。

$$F(p) = S(p) + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left( \frac{1}{w_k} S(p_k) \right), \quad (1)$$

其中:权重  $w_k$  表示输入点  $p$  与邻域点  $p_k$  之间的距离,  $F(p)$  表示  $p$  点的 FPFH,  $S(p)$  表示  $p$  点的 SPFH。

求得的 FPFH 特征向量集合定义为  $F_P = \{f_{pi}\}_{i=1,2,\dots,N_P}$  和  $F_Q = \{f_{qj}\}_{j=1,2,\dots,N_Q}$ 。

$$\begin{cases} f_{qi} = \text{nearest}(f_{pi}, F_Q) \\ f_{pi} = \text{nearest}(f_{qj}, F_P) \end{cases}, \quad (2)$$

其中,  $\text{nearest}(f, G)$  表示寻找集合  $G$  中与  $f$  最相似的特征向量。当满足式(2)的条件时,表明  $f_{pi}$  和  $f_{qj}$  具有一对一关系,那么特征对应的两个点可以作为点对存入集合  $W$  中。通过采样一致性算法剔除错误点对后的集合定义为局内点对集合  $W_{in}$ 。从  $W_{in}$  中分离出的源点集  $P_{in}$  和目标点集  $Q_{in}$  即可作为最优传输的初始对象。

### 3 可靠最优传输精配准

#### 3.1 最优传输理论

在实际物理应用中,将一堆沙土从一个区域移动到另一个区域需要一个运输方案,但是可行运输方案有很多种,最优传输理论就是寻找一种使运输成本最小的运输方案。

Kantorovich 在 1948 年给出其数学构造,以  $\omega(x, y)$  表示将  $x$  处的沙堆搬运到  $y$  处的量,如图 3

所示。记  $\rho_s, \rho_t$  为源区域和目标区域中的沙堆分布,那么满足式(3):

$$\begin{cases} \int_{\Omega_1} \omega(x, y) dy = \rho_s(x) \\ \int_{\Omega_2} \omega(x, y) dx = \rho_t(y) \end{cases}, \quad (3)$$

其中:  $\Omega_1, \Omega_2$  分别表示为源区域和目标区域,  $\omega$  被看作一个联合密度函数, 所有这样的联合概率分布的集合记为  $\Pi(\rho_s, \rho_t)$ 。最优传输问题的目标函数可表示为:

$$\operatorname{argmin}_{\omega \in \Pi(\rho_s, \rho_t)} \int_{\Omega_1 \times \Omega_2} c(x, y) d\omega(x, y), \quad (4)$$

其中,  $c(x, y)$  表示  $x$  到  $y$  搬运单位质量的代价函数。如果把  $c(x, y)$  设置为距离度量函数, 例如欧氏距离或 KL 散度, 那么这个问题就变成了在两个分布之间找到最优的转移方案, 使转移后两个分布的距离最小, 这种情况就称为 Wasserstein 距离。

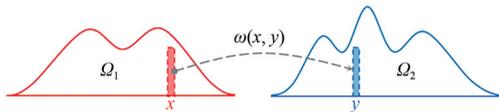


图3 最优传输原理示意图

Fig. 3 Schematic of the optimal transport

点云配准所要解决的问题是找到源点云到目标点云的合理转换关系。可以将其类比为源点云到目标点云的质量传输过程进行最优解的求取。源点云每个点作为个体可以将质量传输给目标点云中的多个点, 同样, 目标点云每个点作为个体可以接受源点云中多个点传输来的质量, 如图4所示。对整体传输计划求得当前最优解后, 再利用奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)求取变换关系, 依次进行循环迭代。

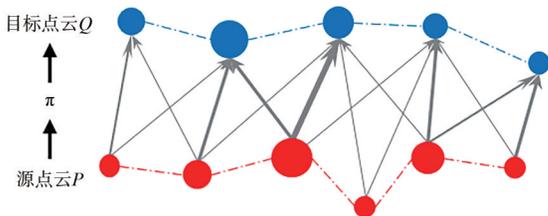


图4 最优传输用于点云配准示意图

Fig. 4 Schematic of optimal transport for point cloud registration

### 3.2 基于可靠最优传输的精配准

将粗配准阶段提取的局内点作为初始传输对象的目的在于减少由于大量局外点参与计算所带来的负面影响和巨大开销。但是, 由于初始的局内点一般比较精简, 在利用最优传输进行精配准过程中, 完全依赖于初始的局内点求解是不合适的。因此, 本文提出了一种可靠最优传输方法用于精配准, 见算法1。

#### Algorithm 1 Reliable optimal transport for fine registration

Input: point clouds  $P$  and  $Q$ , inline point sets  $P_m$  and  $Q_m$ , result of coarse registration  $T_0$ , reliable scale  $\tau$ , threshold  $\eta$ ;

Output: result of fine registration  $T_1$ ;

- 1: initialize reliable point sets  $P_R = P_m$  and  $Q_R = Q_m$ ;
- 2: align  $P_R$  and  $Q_R$  according to  $T_0$ ;
- 3: Repeat
- 4: solve the optimal transport plan  $\omega$  from  $P_R$  to  $Q_R$ ;
- 5: solve the transformation matrix  $T_1$  from  $P_R$  to  $Q_R$ ;
- 6: respectively update  $P_R$  from  $P$  and  $Q_R$  from  $Q$  according to  $\omega$ ;
- 7: Until  $\eta$  is satisfied;
- 8: Return  $T_1$ ;

初始化  $P_R = \{p_i\}_{i=1,2,\dots,n}$  和  $Q_R = \{q_j\}_{j=1,2,\dots,m}$ 。  $P_R$  和  $Q_R$  的质量分布分别为  $U = \{u_i\}_{i=1,2,\dots,n}$  和  $V = \{v_j\}_{j=1,2,\dots,m}$ , 初始化为  $u_i = 1/n, v_j = 1/m$ 。  $\omega(p_i, q_j)$  表示为点  $p_i$  传输到点  $q_j$  的质量, 那么  $\omega$  则表示为点云  $P_R$  到  $Q_R$  的整体传输方案。以 Wasserstein 距离为标准建立离散化目标函数:

$$\operatorname{argmin}_{T_1, \omega} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \omega(p_i, q_j) d(q_j - T_1 p_i) + \operatorname{RG}(\sum_{j=1}^m \omega(p_i, q_j) | U) + \operatorname{RG}(\sum_{i=1}^n \omega(p_i, q_j) | V) + \operatorname{RG}(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \omega(p_i, q_j) | 1), \quad (5)$$

其中,  $T_1 = \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  为配准需要求得的相对变换矩阵,  $d(q_j - T_1 p_i)$  为刚体变换后两点欧式距离。RG 部分约束函数定义为:

$$\operatorname{RG}_{[\alpha, \beta]}(a|b) = \begin{cases} 0 & ab \leq a \leq \beta b \\ +\infty & \text{others} \end{cases}. \quad (6)$$

该约束条件表示在传输过程中限制某一点参与传输的质量最少为自身质量的  $\alpha$  倍, 最多为

自身质量的  $\beta$  倍。在传输过程中,可以通过牺牲自身的部分质量来降低整体的传输代价,这种方式被定义为非平衡最优传输。但是,在一个目标函数上同时优化多个参数是非常复杂的问题。可以通过  $\omega$  和  $T_1$  的交替迭代优化,使  $P_R$ 、 $Q_R$  之间的 Wasserstein 距离不断缩短,以求得最优变换矩阵。在每次迭代中,根据传输方案动态更新  $P_R$  和  $Q_R$  作为下一次的输入,以保证下一次参与传输的点集的可靠性。

### 3.2.1 传输方案求解

从最大熵的角度看待最优传输问题。通过添加一个关于传输方案的熵正则项使原始的线性规划问题变成凸优化问题,从而进行快速近似计算。利用 Sinkhorn 算法求得传输方案的表达式为:

$$\omega = g \cdot \text{diag}(\chi) K \text{diag}(\gamma), \quad (7)$$

其中,  $K_{ij} = e^{-\frac{d(q_j - T_1 p_i)}{\epsilon}}$  为核函数矩阵,  $\epsilon$  为正则化系数,  $\text{diag}$  函数表示将向量展开成主对角矩阵的处理。  $\chi$ 、 $\gamma$ 、 $g$  根据式(8)交替优化求得:

$$\begin{cases} \chi = \min(\beta_1 U, \max(\alpha_1 U, g K \gamma)) ./ g K \gamma \\ \gamma = \min(\beta_1 V, \max(\alpha_1 V, g (K)^T \chi)) ./ g (K)^T \chi, \\ g = \min(\beta_2, \max(\alpha_2, (\chi)^T K \gamma)) ./ (\chi)^T K \gamma \end{cases} \quad (8)$$

其中:  $\alpha_1$ 、 $\beta_1$  为个体质量约束系数,  $\alpha_2$ 、 $\beta_2$  为总质量约束系数,  $K^T$  为  $K$  的转置, 初始化  $g^{(0)} = 1$ ,  $\gamma^{(0)}$  为  $m$  维全 1 向量。

### 3.2.2 传输方案求解

在已知传输方案的前提下,求取变换矩阵  $T_1$  分为两个步骤实现:计算旋转矩阵  $R$  和计算平移向量  $t$ 。在传输方案中每个点参与传输的质量被

认为是有效质量,以此求取  $P_R$ 、 $Q_R$  的质心为  $C_P$ 、 $C_Q$ 。平移向量  $t$  可以表示为:

$$t = C_Q - R C_P. \quad (9)$$

将两个点云的质心分别平移至原点,得到新的点云  $X = \{x_i\}_{i=1,2,\dots,n}$ 、 $Y = \{y_j\}_{j=1,2,\dots,m}$ , 求解旋转矩阵  $R$  的目标函数等价于:

$$R = \arg \min_R \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \omega^{(k)}(p_i, q_j) \|R x_i - y_j\|^2. \quad (10)$$

该目标函数可简单通过 SVD 进行处理。首先定义一个  $3 \times 3$  矩阵  $S = X \omega Y^T$ , 计算  $SVD(S) = U D V^T$ , 然后,通过

$$R = V \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & \det(V U^T) \end{pmatrix} U^T, \quad (11)$$

求出  $R$ 。将  $R$  代入式(9),即可求得完整  $T_1$ 。

### 3.2.3 可靠点更新

在两个点云之间进行质量传输的过程中,源点会优先将质量传递给距离更近的目标点。另外,由于约束条件的作用,允许传输对象牺牲自身的部分质量,甚至不参与传输。

$$\varphi_i = \sum_{j=1}^m \omega_{i,j}, \quad \psi_j = \sum_{i=1}^n \omega_{i,j}, \quad (12)$$

其中,  $\varphi$ 、 $\psi$  是一维向量,分别表示为  $P_R$ 、 $Q_R$  中各单位参与最优传输的质量分布。根据  $\varphi$ 、 $\psi$ , 可以了解到每个点参与传输过程的贡献度。设定可靠尺度  $\tau$ , 如果  $\varphi_i \geq \tau u_i$ , 则判定  $p_i$  为可靠点, 放入集合  $P_R'$ 。记  $P_R'$  的元素个数为  $n'$ 。执行更新策略

$$P_R = \begin{cases} P_R, & n' > (1 - \tau)n \\ P_R', & n' \leq (1 - \tau)n \end{cases}. \quad (13)$$

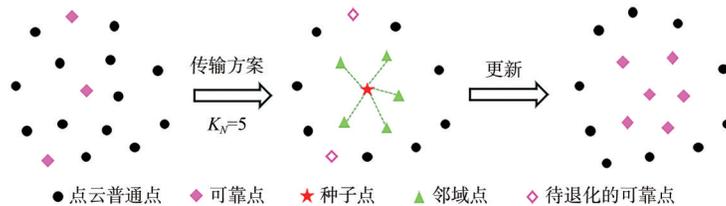


图 5 部分可靠点更新示意图

Fig. 5 Schematic of update of partial reliable points

当  $n'$  大于  $n$  的  $1 - \tau$  倍时,则认为非可靠点较多,需要剔除非可靠点,将其退化为点云普通点,否则,认为当前可靠点集合依然适用,暂时不需要删减。同理,得到新的  $Q_R$ 。经过删减后的可

靠点集合更加精简,但是在传输过程中更为关键。以这些可靠点作为种子点,选取它们的邻域点进行扩充。 $K$  邻域系数  $k_N$  根据式(14)进行调整:

$$k_N = \left\lceil \frac{1 - e^{-\xi}}{\tau(1 + e^{-\xi})} \right\rceil + 1, \quad (14)$$

其中:  $\xi = \frac{N - N'}{N'}$ ,  $N, N'$  分别为剔除非可靠点前后的集合元素个数。从点云  $P, Q$  中选取距离种子点最近的  $k_N$  个邻域点加入可靠点集合后, 需要重新分配质量以保证下一次迭代传输方案的可行性。为了保证公平, 继续以总质量为 1 进行平均分配。

#### 4 实验与结果分析

为了有效地评估本文提出的配准方法, 我们选用斯坦福 3D 图形库和 3Dmatch 数据集中的部分点云模型作为实验对象, 并与 TrICP、Super-4PCS 和 SAC+ICP 3 类常用方法进行对比。代码工作基于 C++ 开发完成, 并调用了 PCL 点云库中的相关算法和功能函数。实验硬件配置为

16 GB RAM + 2.60 GHz Intel (R) Core (TM) i7-9750H CPU + NVIDIA GeForce GTX 1660 Ti GPU。由于部分实验对象未能提供标准的初始真实地面位姿, 本文采用均方根误差 (RMSE) 函数作为配准精度的评价标准:

$$E_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{|S|} \sum_{k=1, k \in |S|} \|q_k - Tp_k\|^2}, \quad (15)$$

其中:  $T = T_1 * T_0$  为完整转换矩阵,  $S$  为局内点集合。刚体变换后的源点云与对应目标点云中的最近邻域点距离若小于两倍点云平均距离则定义为局内点。

##### 4.1 斯坦福 3D 图形库模型配准结果分析

斯坦福 3D 图形库中选择了 Bunny000、Bunny045 和 Dragon000、Dragon048 两组模型作为配准对象。Bunny000 和 Bunny045 大小均约为 40 000 点, 重叠率约为 84%。Dragon000 大小约为 20 000 点, Dragon048 大小约为 40 000 点, 重叠率为 38%。其配准结果分别如图 6、图 7 所示。

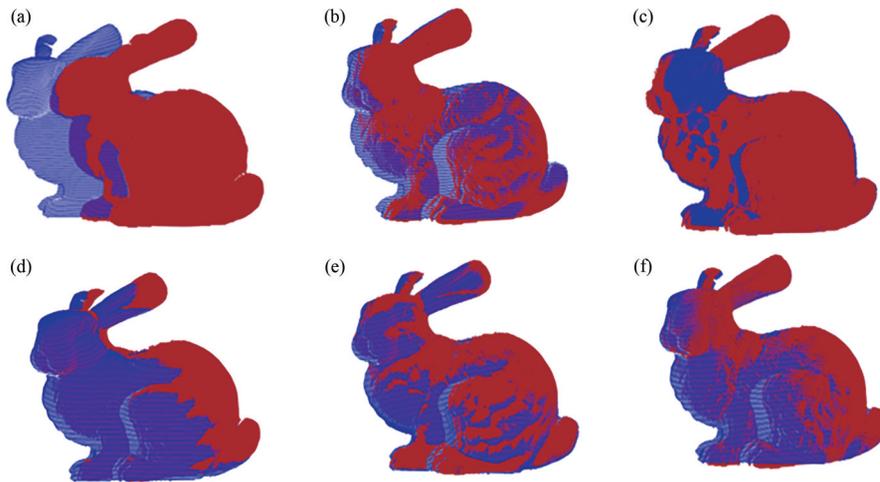


图 6 Bunny 模型配准结果。(a) 起始位姿; (b) TrICP; (c) Super-4PCS; (d) SAC 粗配准; (e) SAC+ICP; (f) 本文方法。

Fig. 6 Registration results of Bunny. (a) Initial position; (b) TrICP; (c) Super-4PCS; (d) SAC coarse registration; (e) SAC+ICP; (f) Our method.

从图 6 和图 7 可以看出, 基于两阶段处理的 SAC+ICP 和本文方法的配准结果相较更好。Super-4PCS 作为粗配准方法, 精度难以得到保证。TrICP 方法在重叠率和起始位姿较为理想时也能得到较好的配准结果, 不过对比图 6(b) 和图 7(b) 可以看出, 在重叠率和起始位姿条件较差的情况下, 其配准结果受到了明显影响。表 1 记录了 Bunny、Dragon 模型配准的精度和运行时间。

本文方法在 SAC 粗配准的基础上, 精度平均提升了 75.7%。对比 TrICP、Super-4PCS、SAC+ICP, 在精度上分别平均提升了 43.5%、68.9% 和 37.5%。TrICP 和 SAC+ICP 两类配准方法由于需要所有点参与迭代计算, 相较于本文方法需要更大的开销。本文方法对比 TrICP、Super-4PCS、SAC+ICP 在时间上分别平均降低了 49.1%、85.5% 和 26.9%。

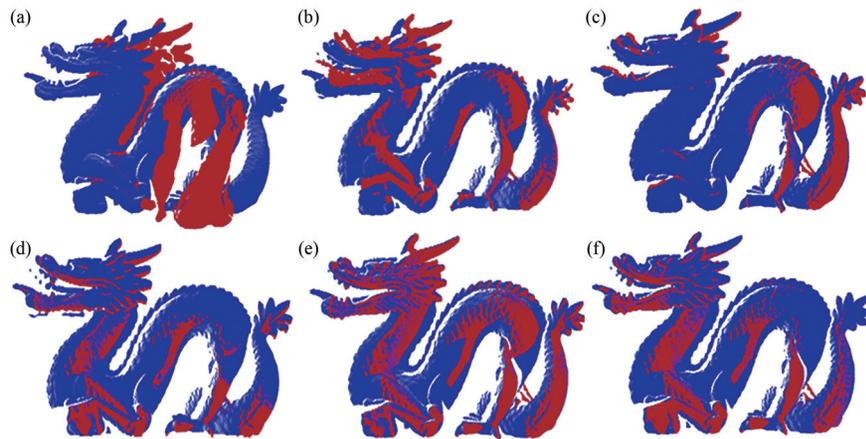


图 7 Dragon模型配准结果。(a) 起始位姿;(b) TrICP;(c) Super-4PCS;(d) SAC粗配准;(e) SAC+ICP;(f) 本文方法。  
Fig. 7 Registration results of Dragon. (a) Initial position; (b) TrICP; (c) Super-4PCS; (d) SAC coarse registration; (e) SAC+ICP; (f) Our method.

表 1 Bunny和Dragon模型的配准精度和运行时间

Tab. 1 Accuracy and running time of Bunny and Dragon

| Method     | Bunny000 and<br>Bunny045 |        | Dragon000 and<br>Dragon048 |        |
|------------|--------------------------|--------|----------------------------|--------|
|            | $E_{RMSE}/M$             | Time/s | $E_{RMSE}/M$               | Time/s |
| TrICP      | $6.60e-4$                | 8.15   | $9.68e-4$                  | 6.81   |
| Super-4PCS | $1.90e-3$                | 24.33  | $1.24e-3$                  | 28.26  |
| SAC        | $2.88e-3$                | 1.38   | $1.39e-3$                  | 1.21   |
| SAC+ICP    | $6.92e-4$                | 4.89   | $7.43e-4$                  | 5.50   |
| Ours       | $4.24e-4$                | 3.87   | $4.73e-4$                  | 3.76   |

图 8展示了以 Bunny000和Bunny045模型为实验对象进行配准的过程中关于可靠点的更新

细节。图 8(b)和图 8(f)展示了局部点云在更新过程中,从初始可靠点选定的种子点、找出的待退化可靠点以及生成的邻域点,其中,红色点代表种子点,蓝色点代表待退化可靠点,绿色点代表邻域点。图 8(c)和图 8(g)对应了图 8(b)和图 8(f)各类点经过更新后的新可靠点分布,对比可以看出各类点的变化符合本文所提出的策略。个别待退化的可靠点未能成功退化为普通点,是因为在退化之后,其邻域点作为种子点,重新将其加入到了可靠点集合当中。图 8(d)和图 8(h)展示了经过多次最优传输迭代后最终的可靠点



图 8 可靠点在配准过程中的更新。(a)、(e) 源点云和目标点云中的初始可靠点;(b)、(f) 局部种子点、邻域点和待退化可靠点分布;(c)、(g) 更新后的可靠点;(d)、(h) 最终的可靠点分布。

Fig. 8 Update of reliable points during the registration. (a), (e) Initial reliable points in the source and target point clouds; (b), (f) Distribution of local seed points, neighborhood points and reliable points to be degraded; (c), (g) Reliable points after updating; (d), (h) Final reliable points distribution.

分布。通过与图 8(a)和图 8(e)的对比,可以看出,相较于初始可靠点,经过多次迭代后的参与最优传输的可靠点在源点云和目标点云中的对应关系更加理想,由此减少了精配准的误差。

#### 4.2 3DMatch 室内场景模型配准结果分析

本文方法在真实室内场景模型中也取得了优秀的效果。在 3DMatch 数据集中选择 Home11、

Home12 和 Redkitchen00、Redkitchen12 两组模型作为配准对象。实验中,两组模型均经过均匀下采样处理。Home11 大小约为 26 500 点,Home12 大小约为 36 500 点,Redkitchen00 大小约为 25 000 点,Redkitchen00 大小约为 28 700 点。Home 模型和 Redkitchen 模型重叠率分别约为 21.2% 和 25.8%,其配准结果分别如图 9、图 10 所示。

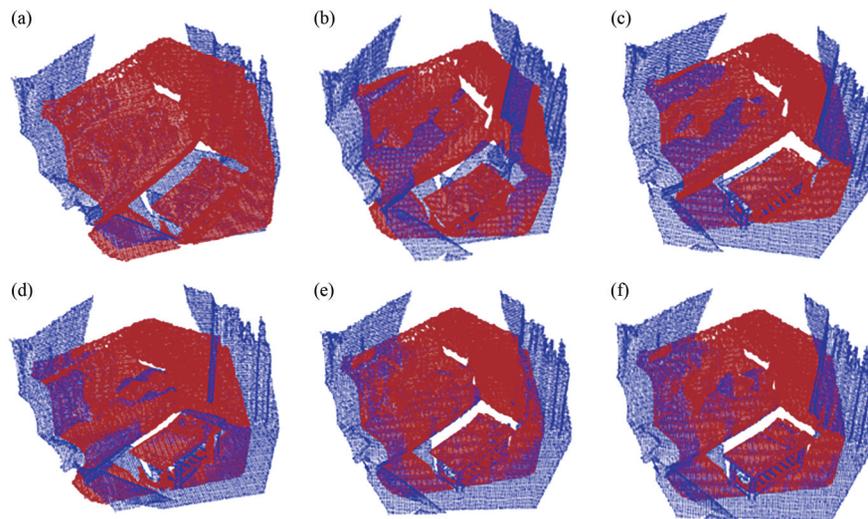


图 9 Home 模型配准结果。(a) 起始位姿; (b) TrICP; (c) Super-4PCS; (d) SAC 粗配准; (e) SAC+ICP; (f) 本文方法。  
Fig. 9 Registration results of Home. (a) Initial position; (b) TrICP; (c) Super-4PCS; (d) SAC coarse registration; (e) SAC+ICP; (f) Our method.

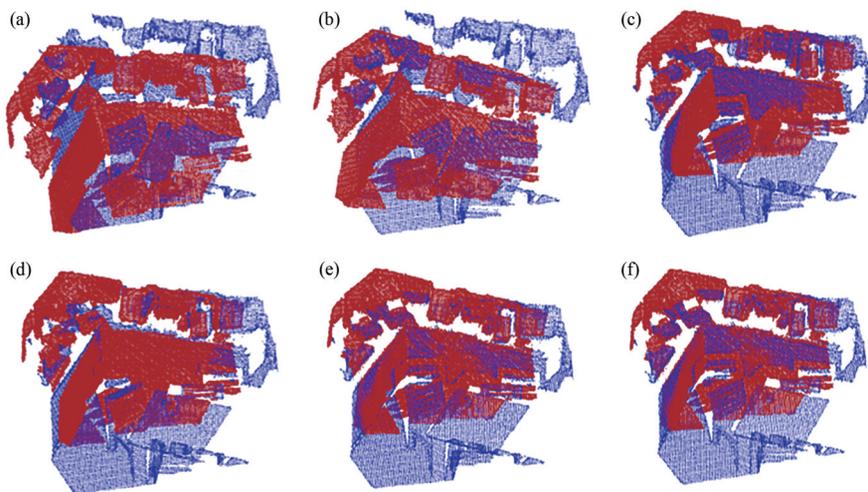


图 10 Redkitchen 模型配准结果。(a) 起始位姿; (b) TrICP; (c) Super-4PCS; (d) SAC 粗配准; (e) SAC+ICP; (f) 本文方法。  
Fig. 10 Registration results of Redkitchen. (a) Initial position; (b) TrICP; (c) Super-4PCS; (d) SAC coarse registration; (e) SAC+ICP; (f) Our method.

从图 9 和图 10 可以看出,在重叠率低至 30% 以下时,TrICP 方法已经无法成功完成配准。

Super-4PCS 方法依然能成功配准,但效果较差。本文方法表现最为优秀。表 2 记录了 Home、

Redkitchen模型配准的精度和运行时间。由于场景更为复杂且模型重叠率过低,Super-4PCS方法分离正确对应点集的难度更大,运行时间大幅上涨。本文方法在SAC粗配准的基础上,精度平均提升了80.8%,对比Super-4PCS和SAC+ICP方法在精度上分别平均提升了74.2%和30.4%。本文方法对比TrICP、Super-4PCS、SAC+ICP在运行时间上分别平均降低了96.7%和39.9%。

表2 Home和Redkitchen的模型配准精度和运行时间

Tab. 2 Accuracy and running time of Home and Redkitchen

| Method     | Home11 and Home12 |        | Redkitchen00 and Redkitchen12 |        |
|------------|-------------------|--------|-------------------------------|--------|
|            | $E_{RMSE}/M$      | Time/s | $E_{RMSE}/M$                  | Time/s |
|            | TrICP             | —      | —                             | —      |
| Super-4PCS | 2.56e-2           | 113.03 | 2.00e-2                       | 126.03 |
| SAC        | 3.58e-2           | 1.21   | 2.52e-2                       | 1.10   |
| SAC+ICP    | 8.37e-3           | 6.71   | 7.95e-3                       | 6.48   |
| Ours       | 5.68e-3           | 4.18   | 5.67e-3                       | 3.76   |

## 5 结 论

本文提出了一种基于可靠最优传输的配准方法。首先,利用关键点和特征形成点对,执行采样一致性算法,进而实现对错误点对的剔除,完成粗配准。其次,将剔除错误点对后的点对合集选定作为初始可靠点,通过传输方案的迭代动态地更新调整,从而避免局外点对配准结果的负面影响及额外开销。多组实验证明,本文方法相较于Super-4PCS、TrICP以及同为两阶段处理的SAC+ICP方法在配准精度上提升了30%以上,运行时间降低了25%以上。除此之外,本文方法消除了较差的起始位姿对配准结果的影响,面对多种模型、各类缺失情况依然能够保持优秀的配准精度。但是在配准速度方面,本文方法还有改进的空间,后续可以考虑对可靠点的更新策略进行进一步的优化。

## 参 考 文 献:

- [1] HAN X F, JIN J S, WANG M J, *et al.* A review of algorithms for filtering the 3D point cloud [J]. *Signal Processing: Image Communication*, 2017, 57: 103-112.
- [2] LI L H, WANG R W, ZHANG X P. A tutorial review on point cloud registrations: principle, classification, comparison, and technology challenges [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021, 2021: 9953910.
- [3] 张元, 李晓燕, 韩燮. 一种低重叠率的三维点云配准方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(8): 0810014.  
ZHANG Y, LI X Y, HAN X. Three-dimensional point cloud registration method with low overlap rate [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(8): 0810014. (in Chinese)
- [4] BESL P J, MCKAY N D. Method for registration of 3-D shapes [C]//*Proceedings of SPIE 1611, Sensor Fusion IV: Control Paradigms and Data Structures*. Boston: SPIE, 1992: 586-606.
- [5] SERAFIN J, GRISETTI G. NIPC: dense normal based point cloud registration [C]. 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Hamburg: IEEE, 2015: 742-749.
- [6] LOW K L. Linear least-squares optimization for point-to-plane ICP surface registration [R]. Chapel Hill: University of North Carolina at Chapel Hill, 2004: 1-3.
- [7] SEGAL A V, HAEHNEL D, THRUN S. Generalized-ICP [C]. *Robotics: Science and Systems*. Seattle: RSS, 2009: 435-442.
- [8] YANG J L, LI H D, JIA Y D. Go-ICP: solving 3D registration efficiently and globally optimally [C]//*Proceedings of 2013 IEEE International Conference on Computer Vision*. Sydney: IEEE, 2013: 1457-1464.
- [9] YANG J L, LI H D, CAMPBELL D, *et al.* Go-ICP: a globally optimal solution to 3D ICP point-set registration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2016, 38(11): 2241-2254.
- [10] CHETVERIKOV D, SVIRKO D, STEPANOV D, *et al.* The trimmed iterative closest point algorithm [C]. 2002 International Conference on Pattern Recognition. Quebec City: IEEE, 2002: 545-548.
- [11] WANG X, LI Y, PENG Y X, *et al.* A coarse-to-fine generalized-ICP algorithm with trimmed strategy [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 40692-40703.
- [12] FISCHLER M A, BOLLES R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to

- image analysis and automated cartography [J]. *Communications of the ACM*, 1981, 24(6): 381-395.
- [13] AIGER D, MITRA N J, COHEN-OR D. 4-points congruent sets for robust pairwise surface registration [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2008, 27(3): 1-10.
- [14] MELLADO N, AIGER D, MITRA N J. Super 4PCS fast global pointcloud registration *via* smart indexing [J]. *Computer Graphics Forum*, 2014, 33(5): 205-215.
- [15] SHEN Z Y, FEYDY J, LIU P R, *et al.* Accurate point cloud registration with robust optimal transport [C]//*Proceedings of the 34th International Conference on Neural Information Processing Systems*. Online: NeurIPS, 2021: 5373-5389.
- [16] QIN H X, ZHANG Y C, LIU Z T, *et al.* Rigid registration of point clouds based on partial optimal transport [J]. *Computer Graphics Forum*, 2022, 41(6): 365-378.

作者简介:



赵云涛,男,博士,教授,2010年于北京科技大学获得博士学位,主要从事三维视觉、目标检测、机器人学方面的研究。  
E-mail: zhyt@wust.edu.cn



黄杰,男,硕士研究生,2021年于武汉科技大学获得学士学位,主要从事三维视觉、点云处理方面的研究。E-mail: hj15623221218@163.com